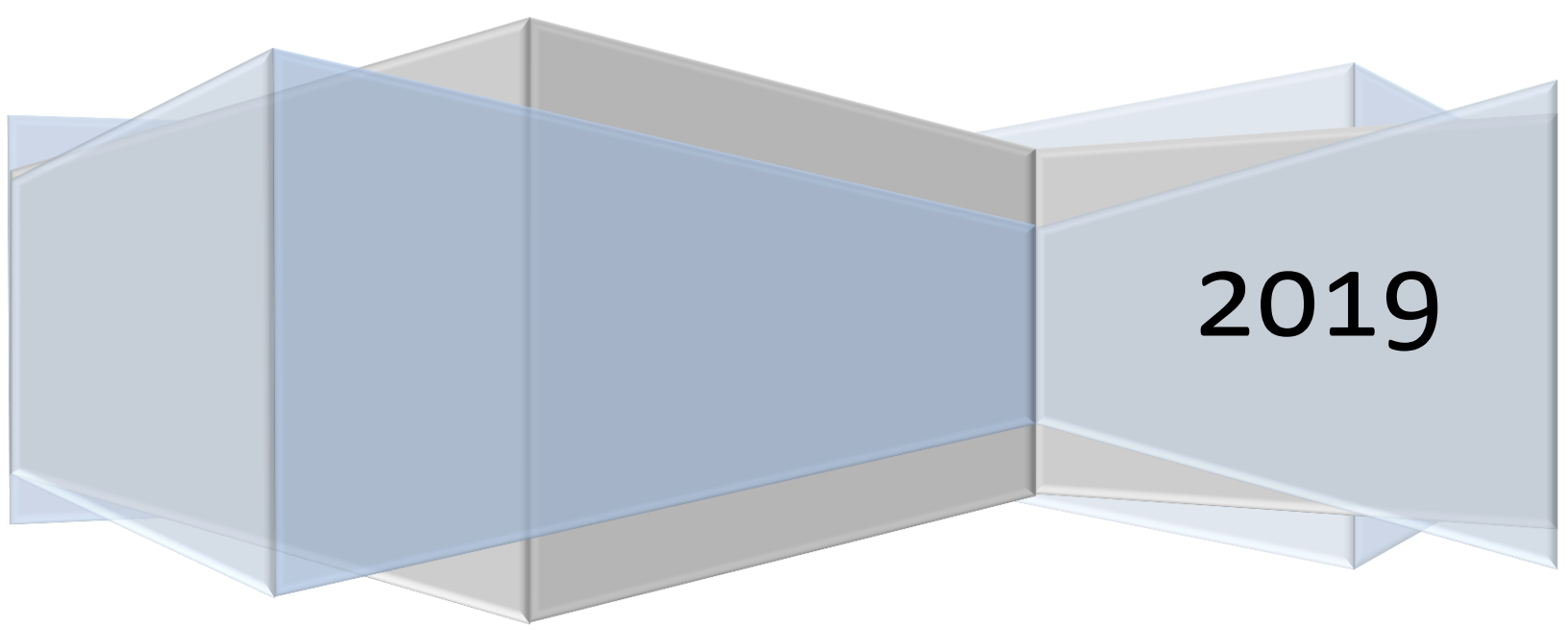




GeoGebra

Curso introductorio

Alumnas: Carotta Lusiana, Hein Vanesa

A large, 3D geometric graphic composed of several overlapping, semi-transparent blue and grey rectangular blocks, creating a complex, crystalline structure. The blocks are arranged in a way that they appear to be interconnected and layered.

2019

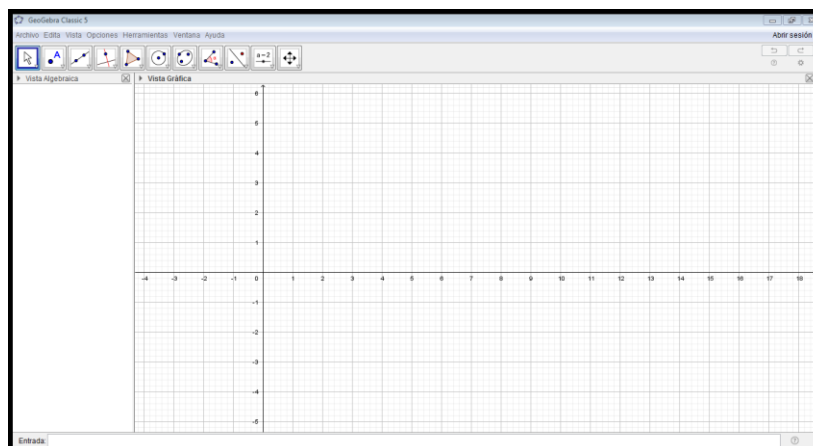
GeoGebra

GeoGebra es un software de matemáticas para todo nivel educativo. Es de código abierto, libre y disponible para uso. Reúne dinámicamente geometría, álgebra, estadística y cálculo en registros gráficos, de análisis y de organización en hojas de cálculo. En todo el mundo, millones de entusiastas lo adoptan y comparten diseños y aplicaciones de GeoGebra. Es una herramienta sencilla de usar, muy útil y sirve para dinamizar el estudio.

Conociendo GeoGebra

Para descargar el programa ingresar la siguiente página:
<https://www.geogebra.org/download>

Una vez instalado debe aparecer el icono del programa en el escritorio. Presionar doble clic sobre el mismo y se abrirá la siguiente ventana:



La primera barra se denomina barra de menú, en ella se encuentran las pestañas: Archivo, Edita, Vista, Opciones, Herramientas, Ventana, Ayuda. Haciendo clic sobre cada una de ellas se despliega una ventana con diferentes opciones.

La segunda barra se denomina barra de herramientas y parándose con el mouse sin hacer clic sobre cada cuadrado de dicha barra se verá la acción de cada uno. Luego si hacemos clic sobre cada triangulito que se encuentra en la esquina inferior derecha de cada cuadrado se despliega una ventana con diferentes opciones.

La tercera barra de acciones inferior, conocido como el Campo de Entradas o Campo de Texto. En él pueden anotarse directamente coordenadas, ecuaciones, comandos y funciones que pasarán a representarse en la zona gráfica al ingresarse pulsando enter.

Primera guía

Números reales

Cabe aclarar que este programa nos presentará los resultados de los ejercicios, no así el procedimiento. Es de suma utilidad para verificar la respuesta de las actividades.

Para resolver las actividades propuestas en la guía n°1, se deberán seguir los siguientes pasos:

1. Abrir el programa GeoGebra.
2. Hacer clic en la pestaña “vista” y presionar la opción “cálculo simbólico (CAS)”.
3. Si se desea se pueden cerrar las vistas gráfica y algebraica, presionando la cruz que se encuentra arriba de cada una de estas, a la derecha.

Actividad 3:

Para poder verificar ésta ejercitación en el GeoGebra, debemos cargar cada uno de los ejercicios combinados en cálculo simbólico.

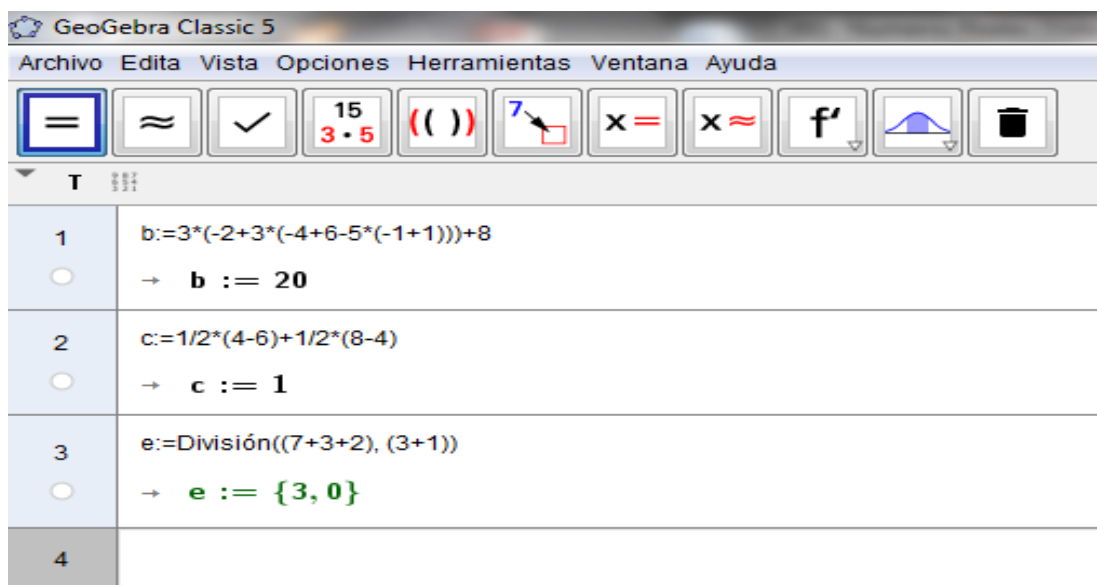
Se debe tener en cuenta que los corchetes y llaves se debe representar con paréntesis. Por ejemplo, si queremos resolver:

$$-\{2 \cdot [-(1 + 2) - 7]\} =$$

debemos tipearlo de la siguiente manera:

$$-(2 * (-(1 + 2) - 7))$$

Otra cosa a tener a cuenta es que el operador para la multiplicación se representa con un asterisco (*), y para realizar la división se debe ingresar: División(número dividendo, número divisor), reemplazando en cada uno de ellos por el dividendo y divisor que necesitemos calcular.



Resolver con GeoGebra los incisos a) y d).

Actividad 6:

De manera similar a la actividad anterior, para obtener los resultados de los ejercicios propuestos debemos cargarlos en la vista de cálculo simbólico. Por tratarse de ejercicios con radicales, se debe tener en cuenta que:

Raíz cuadrada: $\sqrt{2}$ se debe ingresar como: sqrt(2)
 $\sqrt{10}$ se debe ingresar: sqrt(10)

Raíces con índice distinto de 2, se ingresan con el comando “raízn(<x>,<n>”, donde x es el radicando y n es el índice de la raíz. Ejemplos:

$\sqrt[3]{8}$ se ingresa como: raízn(8, 3)

$\sqrt[5]{-32}$ se ingresa como: raízn(-32, 5)

$\sqrt[4]{81}$ se ingresa como: raízn(8,4)

1 <input type="radio"/>	$a := \text{raíz}(\text{sqrt}(4), 3)$ $\rightarrow a := \sqrt[3]{2}$
2 <input type="radio"/>	$b := \text{División}(\text{sqrt}(30), (\text{sqrt}(5) * \text{sqrt}(2)))$ $\rightarrow b := \left\{ \frac{\sqrt{30}}{\sqrt{5} \sqrt{2}}, 0 \right\}$

Resolver incisos b), c) y d)

Actividad 9:

1 <input type="radio"/>	$a := \text{sqrt}(6) - 1/3 * \text{sqrt}(6) + 3 * \text{sqrt}(6)$ $\rightarrow a := \frac{11}{3} \sqrt{6}$
2 <input type="radio"/>	$b := 2 * \text{raíz}(40, 3) + \text{raíz}(-5, 3) - 1/2 * \text{raíz}(5, 3)$ $\rightarrow b := \frac{5}{2} \sqrt[3]{5}$
3 <input type="radio"/>	$c := \text{raíz}(9, 4) - 3 * \text{raíz}(27, 6) - \text{sqrt}(3)/3$ $\rightarrow c := -\frac{7}{3} \sqrt{3}$
4 <input type="radio"/>	$d := 2/3 * \text{sqrt}(1/2) - 4 * \text{sqrt}(1/8)$ $\rightarrow d := -\frac{2}{3} \sqrt{2}$

Verificar los resultados.

Actividad 11:

1 <input type="radio"/>	<p>a:=División((sqrt(5)*raíz(6, 3)), (raíz(5, 3)*sqrt(6)))</p> <p>→ $a := \left\{ \sqrt{5} \cdot \frac{\sqrt[3]{6}}{\sqrt[3]{5} \sqrt{6}}, 0 \right\}$</p>
2 <input type="radio"/>	<p>d:=(sqrt(80)-sqrt(45))*1/(sqrt(5))</p> <p>→ $d := 1$</p>
3 <input type="radio"/>	<p>f:=2-sqrt(3)*(1-sqrt(3)*(1+sqrt(3)))</p> <p>→ $f := 2\sqrt{3} + 5$</p>

Realiza en GeoGebra los incisos restantes de esta actividad.

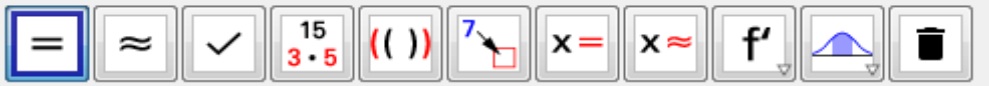
Racionalización.

Para racionalizar denominadores en GeoGebra debemos utilizar el comando “Racionaliza(<Número>)”.

Una de las formas de usarlo es cargando previamente la expresión asignándole un nombre (“a”) y luego escribir en la casilla siguiente: “Racionaliza(a)”.

Otra forma más directa es colocar el comando Racionaliza y entre paréntesis la expresión que se desea racionalizar.

Actividad 13:

	
1	a:=Racionaliza(2/(sqrt(3)+1)) → $a := \sqrt{3} - 1$
2	b:=(6-sqrt(12))/(2*sqrt(3)) → $b := \sqrt{3} - 1$
3	e:=12/(sqrt(2)+sqrt(3)+sqrt(5)) → $e := \frac{12}{\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{5}}$
4	Racionaliza(e) → $-\sqrt{2} \sqrt{3} \sqrt{5} + 3 \sqrt{2} + 2 \sqrt{3}$

Resolver los incisos c) y d).

Logaritmación.

Para calcular el valor de los logaritmos, es necesario usar el comando “log”. Y en la barra de herramientas que se encuentra en la parte superior de la vista cálculo simbólico, debemos seleccionar cálculo numérico (≈).

Cuando el logaritmo posee base 10, simplemente colocamos “log10(<x>)” y dentro del paréntesis escribimos el número que necesitemos calcular el logaritmo.

Si necesitamos calcular el logaritmo de un número con base distinta de 10, debemos elegir el comando “Log(, <x>)” , donde debemos reemplazar “b” por la base que necesitemos y “x” por el número al que deseamos calcular el logaritmo.

El comando “log(<x>)” se utiliza para calcular el logaritmo natural de un número (logaritmos en base e).

Verificar los ejemplos de logaritmación de la página 17 (previos a las propiedades de logaritmación).

Actividad 20:

Obtener el resultado de la actividad 20 en GeoGebra.

Segunda guía

Expresiones racionales algebraicas.

Actividad n°1:

Para resolver operaciones entre polinomios, es conveniente cargar aquellos polinomios con los que vamos a trabajar y asignarles un nombre a cada uno (mediante una letra). Ejemplo: $a := x^2 - 3$.

Luego, si queremos efectuar una suma escribimos los nombres de los polinomios y entre ellos el operador suma. De manera análoga se realizan las demás operaciones.

Para la división debe tenerse en cuenta el comando: División(<polinomio dividendo>, <polinomio divisor>).

Importante: los exponentes se deben cargar con el símbolo “^” que se obtiene presionando la tecla shift + la tecla en la que se encuentra el acento circunflejo (^).

Ejemplos:

$$p := x^4 + 5x + 2$$

$$\rightarrow \mathbf{p} := x^4 + 5x + 2$$

$$q := x^2 + 2x$$

$$\rightarrow \mathbf{q} := x^2 + 2x$$

$$s := x - 4$$

$$\rightarrow \mathbf{s} := x - 4$$

$$a := p - q$$

$$\rightarrow \mathbf{a} := x^4 - x^2 + 3x + 2$$

$$d := \text{División}(p, q)$$

$$\rightarrow \mathbf{d} := \{x^2 - 2x + 4, -3x + 2\}$$

Observemos que en la resolución del inciso d), primero nos indica el cociente de realizar la división y luego el resto. Es decir, $C(x) = x^2 - 2x + 4$ y $R(x) = -3x + 2$.

Resolver los restantes incisos de esta actividad.

Para hallar el valor numérico de un polinomio, debemos ingresar el comando: "Sustituye(<expresión>, <lista de reemplazos>)". En "expresión" se debe escribir el polinomio al cual le queremos hallar el valor numérico, y en "lista de reemplazos" colocamos "x=número que se desea reemplazar".

Es decir, si queremos hallar el valor numérico de $P(x) = 3x^3 - 5x + 10$ cuando $x = -2$, en GeoGebra escribimos: Sustituye($3x^3 - 5x + 10$, $x = -2$)

Ejemplos:

$$p := x^4 + 5x + 2$$

$$\rightarrow p := x^4 + 5x + 2$$

$$q := x^2 + 2x$$

$$\rightarrow q := x^2 + 2x$$

$$s := x - 4$$

$$\rightarrow s := x - 4$$

Sustituye(p, x=-1)

$$\rightarrow -2$$

Sustituye(q, x=3)

$$\rightarrow 15$$

Sustituye(s, x=1/2)

$$\rightarrow -\frac{7}{2}$$

Sustituye(x^4-2*x+3, x=-1)

$$\rightarrow 6$$

Realizar la actividad 4) de la guía.

Factorización.

Actividad n°2

Para verificar si se han realizado correctamente los ejercicios de factorización en geogebra, en la hoja de cálculo simbólico escribimos el comando: “Factoriza(<expresión>, <variable>”, donde en “expresión” debemos copiar aquella que queremos factorizar y en “variable” escribimos aquella letra que sea la variable de la expresión.

Ejemplos:

a:=Factoriza(1/2*x^3+3/2*x^2-1/2*x, x)

$$\rightarrow a := x \frac{x^2 + 3x - 1}{2}$$

b:=Factoriza(8*x^3-5*x^2, x)

$$\rightarrow b := x^2 (8x - 5)$$

c:=Factoriza(3*x^3+2*x^2-3*x-2, x)

$$\rightarrow c := (x - 1) (x + 1) (3x + 2)$$

d:=Factoriza(1/4*x^4+x^2+1, x)

$$\rightarrow d := \frac{(x^2 + 2)^2}{4}$$

e:=Factoriza(x^6+6*x^5+12*x^4+8*x^3, x)

$$\rightarrow e := x^3 (x + 2)^3$$

f:=Factoriza(25/16*x^2-1/9, x)

$$\rightarrow f := (15x - 4) \cdot \frac{15x + 4}{144}$$

g:=Factoriza(4*x^2-4*x+1, x)

$$\rightarrow g := (2x - 1)^2$$

Resuelve con GeoGebra desde el inciso h) hasta el m) inclusive.



Tercera guía

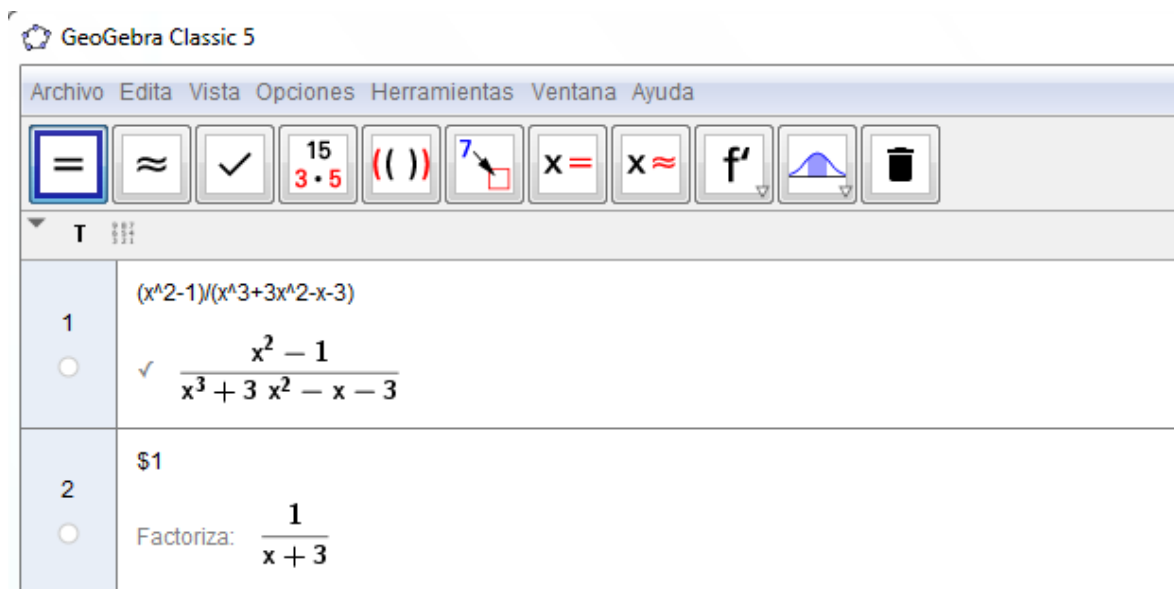
Expresiones algebraicas racionales e irracionales.

Para resolver las actividades propuesta, se mostrará el primer ejemplo de la

página nº1: $\frac{x^2 - 1}{x^3 + 3x^2 - x - 3}$




Los pasos a seguir son los siguientes:

- 1- Ir a la barra de menú, hacer clic en **Vista** y luego en **cálculo simbólico (CAS)**
- 2- Ingresar la expresión algebraica
- 3- Hacer clic en el siguiente icono:  para conservar la entrada. De esta manera se corroborará si se ingresó correctamente la expresión.
- 4- Clic en factoriza:  y en la siguiente fila expone el resultado.



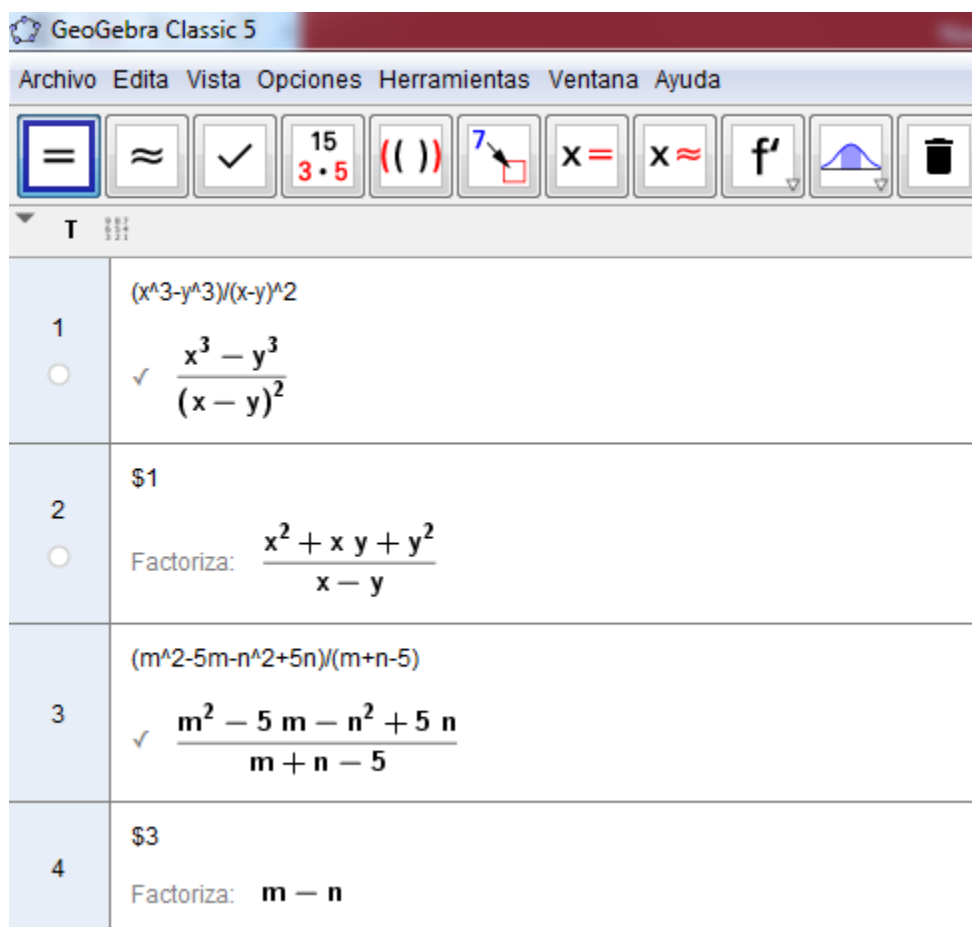
GeoGebra Classic 5

Archivo Edita Vista Opciones Herramientas Ventana Ayuda

=
 ≈
 ✓
 15 / 3·5
 (())
 7 / 
 x =
 x ≈
 f'
 
 

1	$\frac{(x^2-1)(x^3+3x^2-x-3)}{x^3+3x^2-x-3}$
2	Factoriza: $\frac{1}{x+3}$

Ejercicios de aplicación: actividad nº 1, incisos d y f
 actividad nº 2, inciso a
 actividad nº3, inciso a



The screenshot shows the GeoGebra Classic 5 interface with a menu bar (Archivo, Edita, Vista, Opciones, Herramientas, Ventana, Ayuda) and a toolbar containing various mathematical symbols and tools. Below the toolbar is a list of four exercises:


1	$\frac{(x^3 - y^3)(x - y)^2}{x^3 - y^3}$
2	\$1 Factoriza: $\frac{x^2 + x y + y^2}{x - y}$
3	$\frac{(m^2 - 5m - n^2 + 5n)(m + n - 5)}{m^2 - 5m - n^2 + 5n}$
4	\$3 Factoriza: $m - n$

5	$\frac{(a-m)(m+n)(m^2-n^2)}{(m-a)m(n-m)}$ $\checkmark \frac{a-m}{m+n} \cdot \frac{m^2-n^2}{m-a} \cdot \frac{m}{n-m}$
6	<p>\$5</p> <p>Factoriza: m</p>
7	<p>$1/\sqrt{a+b}$</p> $\checkmark \frac{1}{\sqrt{a+b}}$
8	<p>\$7</p> <p>Factoriza: $\frac{\sqrt{a+b}}{a+b}$</p>

Cuarta guía

Sistema de ecuaciones lineales

Hay diferentes maneras de encontrar la solución a un sistema de ecuaciones mediante GeoGebra.


- La primer manera es:
 - 1- Clic en **Vista** y en **cálculo simbólico (CAS)**.
 - 2- Ingresar mediante llaves y separadas entre comas, las ecuaciones del sistema.
 - 3- Luego presionar resuelve:  y en la fila 2 expone la solución del sistema.

- La segunda manera es:
 - 1-Clic en Vista y en (CAS)

- 1- Ingresar una ecuación dar enter
- 2- Ingresar otra ecuación en la siguiente fila (como se ve en la figura fila 3 y 4),
- 3- Hacer clic en una fila y presionando shift se hace clic en la otra. Una vez

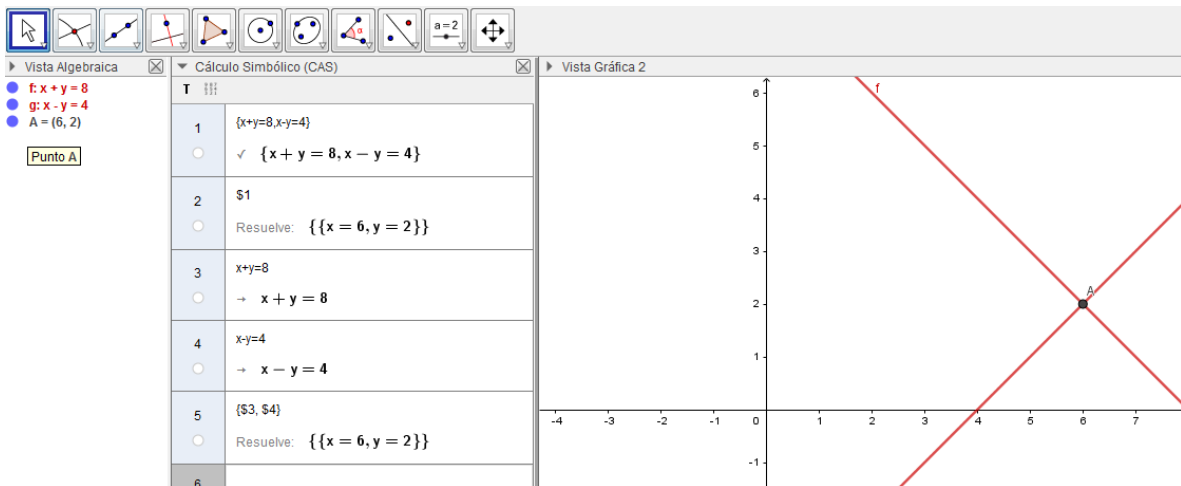
seleccionada ambas presionar resuelve  y se obtiene el resultado en la siguiente fila.

- La tercer manera es:
 - 1-Ingresar en el campo de entrada, una ecuación pulsar enter
 - 2-Ingresar la segunda ecuación y pulsar enter. Estas ecuaciones aparecerán en la columna de vista algebraica como así también en vista grafica se pueden observar dos rectas.

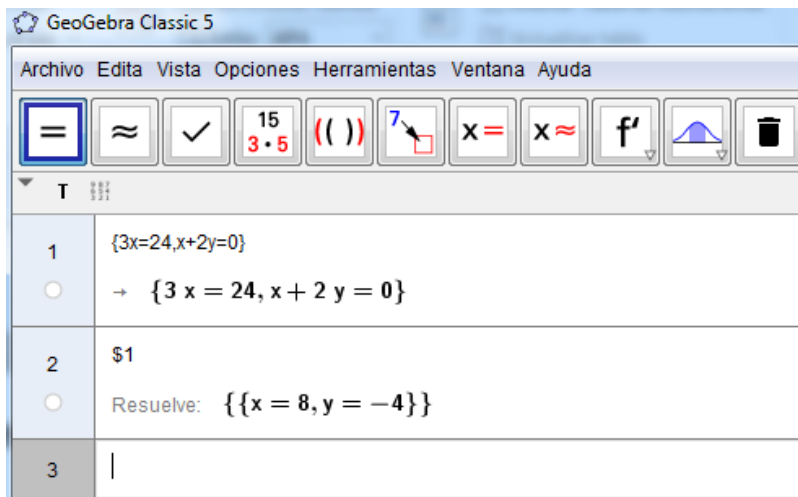
3- Para encontrar la solución hacer clic en icono punto:  y seleccionar intersección. Paso siguiente seleccionar las rectas haciendo clic en cada una y se indicara el punto donde se intersecan las rectas.

Aplicación:

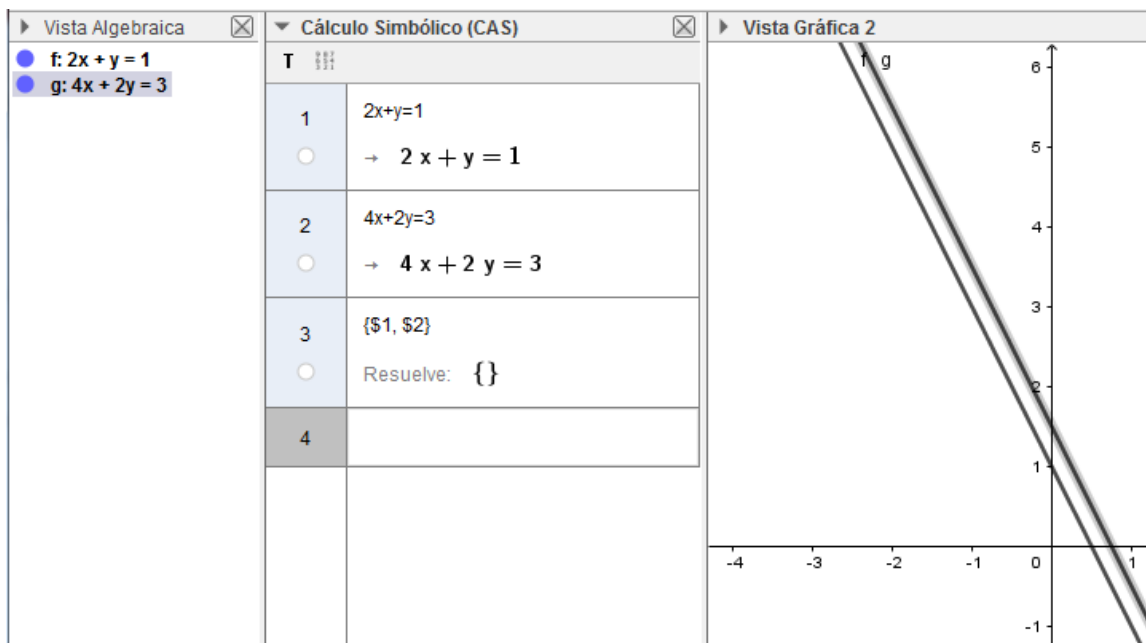
Resolver el ejercicio 3.a) tres maneras detalladas anteriormente.



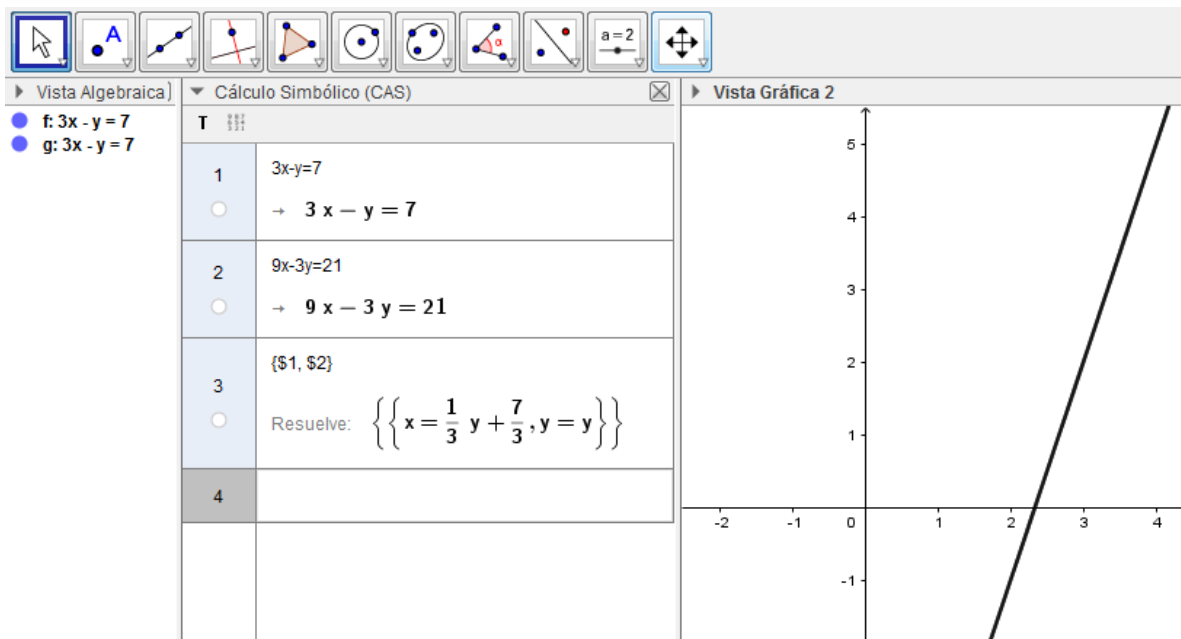
Resolver la actividad 4.b), utilizando la primera forma de resolución explicada.



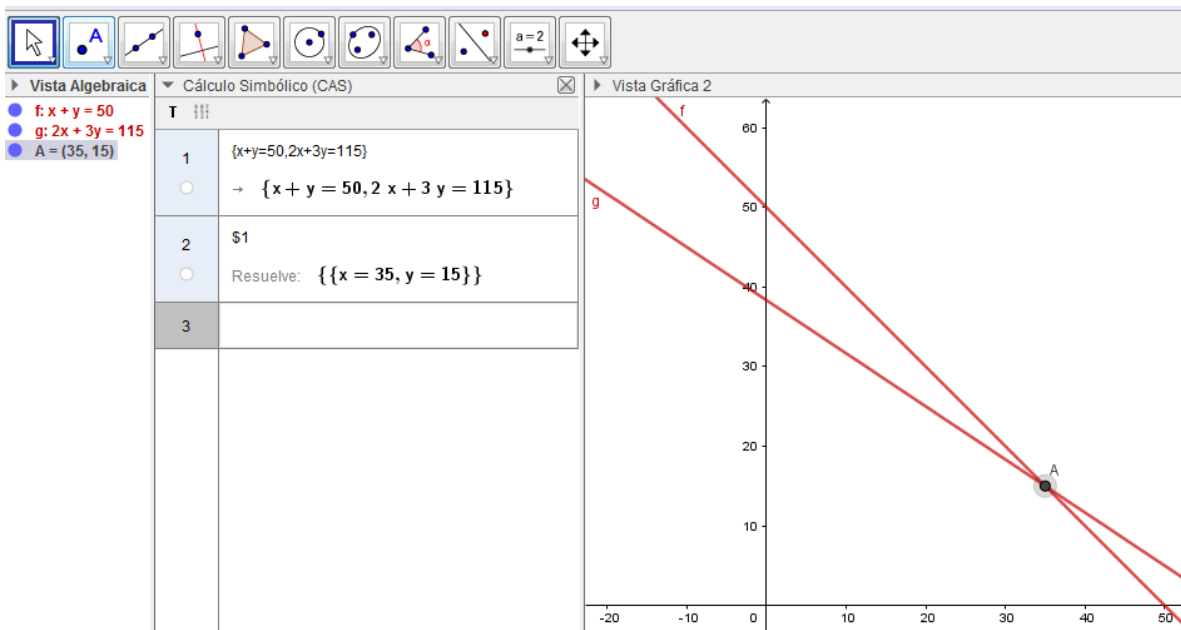
Resolver la actividad 5.c) utilizando la segunda forma de resolución.



Resolver la actividad 6.b) mediante la tercer manera explicada.



Actividad 8.a)



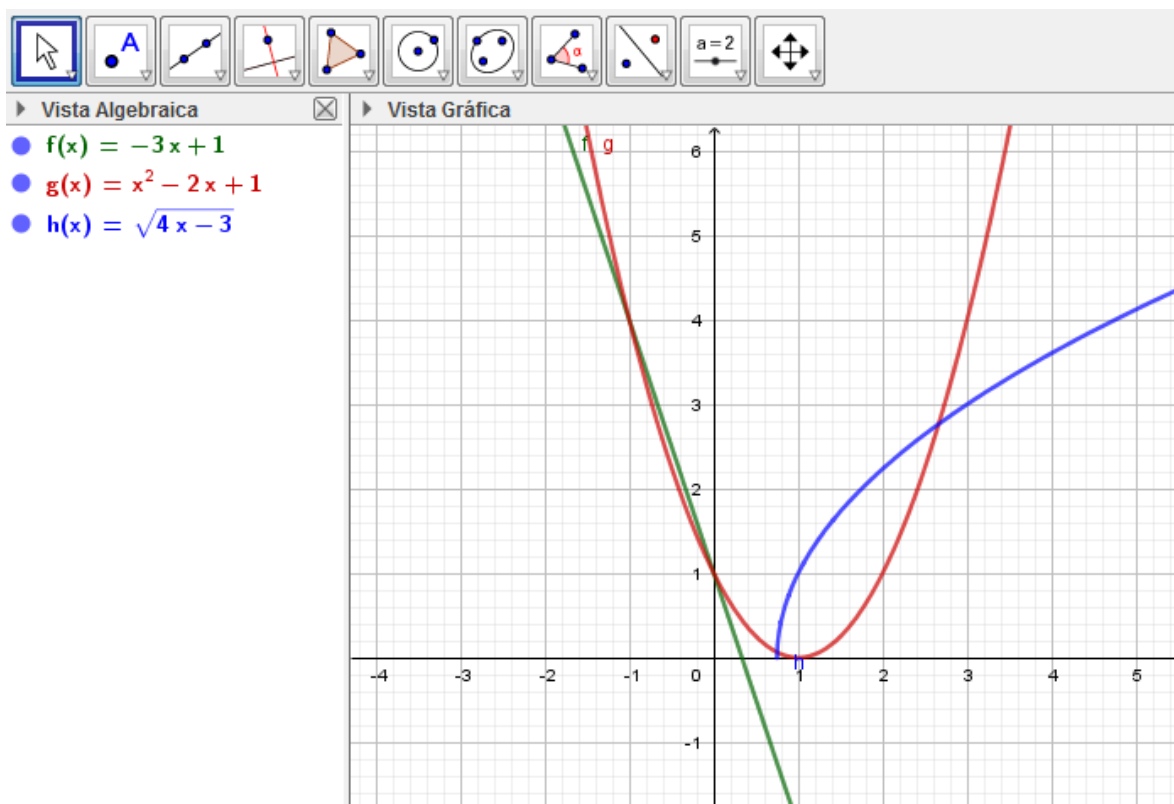
Quinta guía

Funciones

Para graficar funciones en geoGebra:


1. Ingresar en el campo de entradas la función y presionar Enter. Aparecerá en **Vista Gráfica** la gráfica de dicha función.

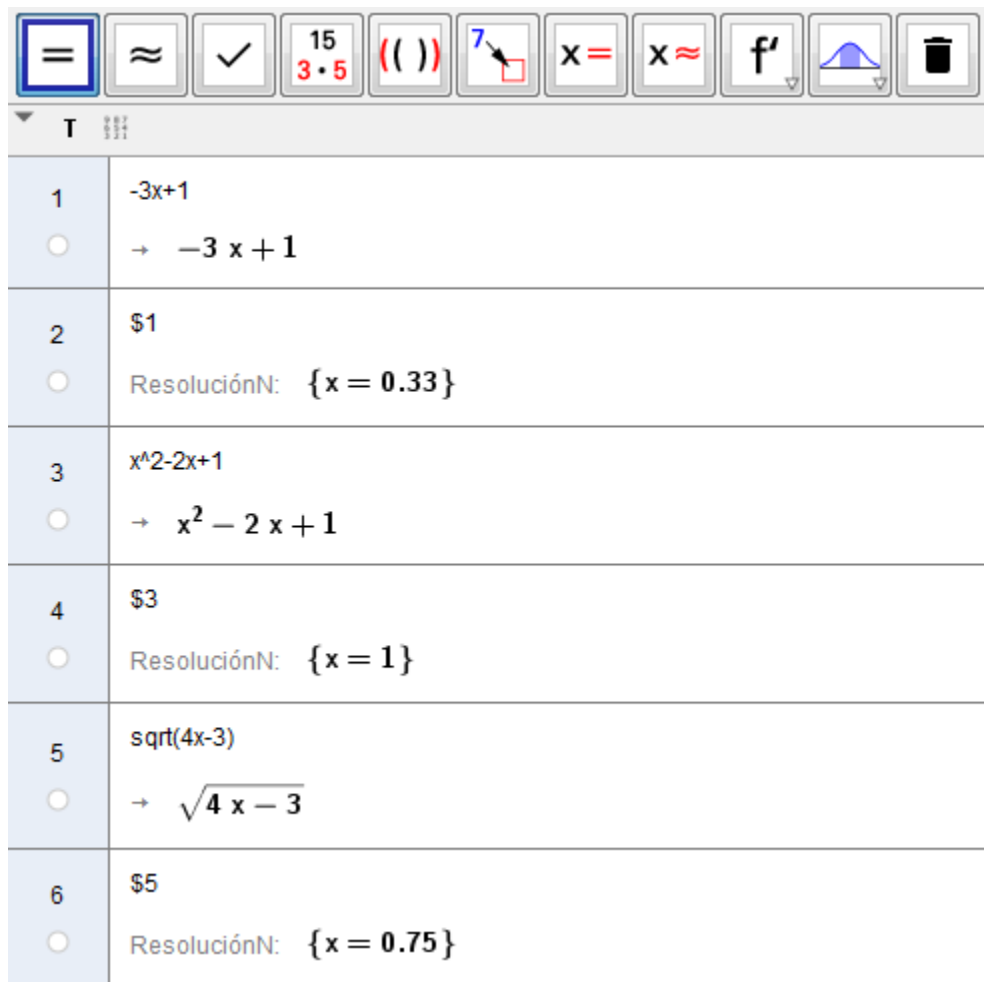
Aplicación: actividad 1, incisos: a), b) y d)



Para conocer el valor numérico de las funciones anteriores, realizar los siguientes pasos:

1- Ingresar la función en Cálculo simbólico (CAS)

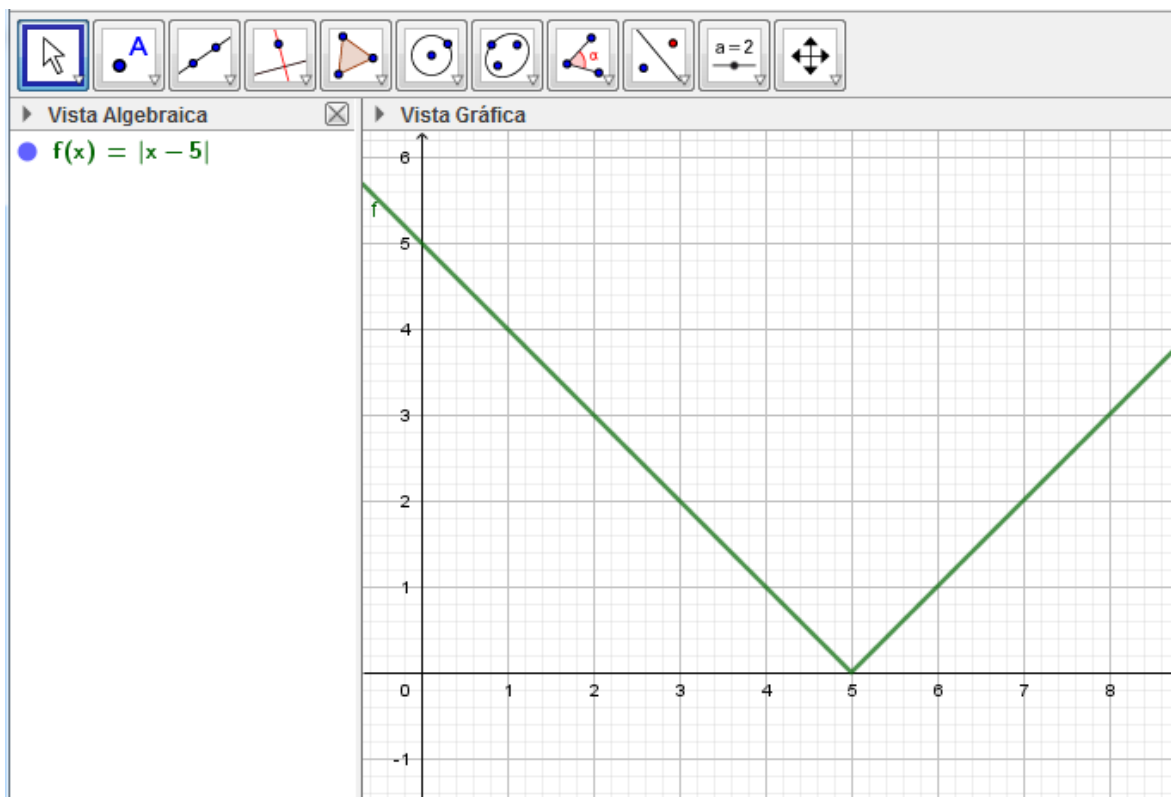
2- Hacer click en valor numérico:  y en la siguiente fila se obtendrá el resultado:



1	-3x+1 <input type="radio"/> → -3 x + 1
2	\$1 <input type="radio"/> ResoluciónN: {x = 0.33}
3	x^2-2x+1 <input type="radio"/> → x ² - 2 x + 1
4	\$3 <input type="radio"/> ResoluciónN: {x = 1}
5	sqrt(4x-3) <input type="radio"/> → √4 x - 3
6	\$5 <input type="radio"/> ResoluciónN: {x = 0.75}

1- e)

Para ingresar la función $f(x) = |x - 5|$, en el campo de entrada se deberá escribir: **abs(x-5)**



Para finalizar:

Este curso pretende dar una mirada sencilla y útil para este introductorio, cabe aclarar que es un programa con muchas opciones de trabajo. Probablemente a lo largo de tu carrera podrás hacer uso de éste conociendo otras utilidades del mismo.

Si te interesa conocer más sugerimos la siguiente página:
<https://wiki.geogebra.org/es/Manual>.

Es interesante conocer también las diferentes cosas que se pueden realizar con este programa, por ejemplo en el siguiente enlace se muestra el sistema solar:
<https://www.geogebra.org/m/s2ucBzYC>.